www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در **شهریور ماه** سال تحصیلی ۸۱ – ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنهٔ تابع رو به رو را تعیین کنید . $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$	۱
۲	ابتدا نمودار تابع $f(x)=1-x^2$ را رسم کنید سپس تحقیق کنید این تابع زوج است یا فرد ؟	۱
۳	اگر α,β ریشه های معادله درجه دوم $2x^2-8x+1=0$ باشند،حاصل $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ را به دست آورید .	۱
٤	m را چنان بیابید که چند جمله ای $f(x)=8x^3-4x^2+mx-3$ بر $2x+1$ بخش پذیر باشد.	۱
٥	ثابت کنید تابع $y=\frac{1-2x}{1+x}$ یک به یک است . سپس ضابطه تابع معکوس آن را بدست آورید .	۱
٦	حد های زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x\to 2^-}\frac{[x]-2}{x-2}$ ب) $\lim_{x\to 0^-}\cot x$ ج) $\lim_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x^2+2x+5})$	۲
۷	اگر به ازای هر x در بازهٔ باز $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ ، $3-\cos^2 x\le f(x)\le 2+x^2$ مطلوبست محاسبه $\lim_{x\to 0}\frac{1}{f(x)}$	۱
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y=3+\frac{1}{x-4}$ را در صورت وجود بدست آورید .	۱
۹	تابع f با ضابطه $f(x)=\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}$ مفروض است . $f(0)$ را چنان انتخاب کنید که تابع در $x_0=0$ پیوسته باشد .	۱
۱۰	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y=\sqrt[5]{x^3+2x}$ ب) $y=(3x-4)(2-5x)^4$ ج) $y=2\sin^3 x+\cos 4x$	۱/۷۵

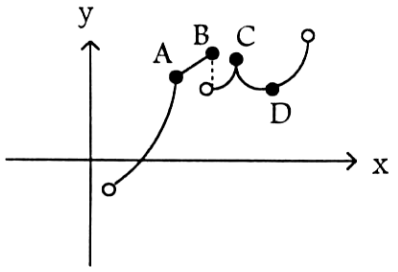
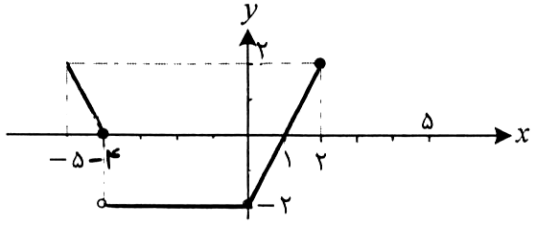
ادامه سؤالات در صفحه دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در **شهریـــور ماه** سال تحصیلی ۸۱ – ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی	

۱۱	معادله خط قائم بر منحنی تابع $y = x^2 + x + 1$ را در نقطه ای به طول $x = -2$ واقع بر آن بنویسید.	۱
۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x-2}{x}$ را رسم کنید.	۱/۵
۱۳	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = \lvert x-1 \rvert (x-1)$ را در $x_0 = 1$ بررسی کنید.	۱
۱٤	تابع $y = ax^3 + bx^2$ مفروض است **a** و **b** را چنان بیابید که نقطه $A(1,2)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۰/۷۵
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arc}\tan\frac{1}{x}$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱٦	نقاط بحرانی واکسترمم نسبی و مطلق را در نمودار زیر تعیین کنید. 	۱
۱۷	مقدار مشتق $x^3 + y^2 + xy - 3 = 0$ را درنقطه $(1,1)$ پیدا کنید.	۰/۵
۱۸	با توجه به نمودار f ، انتگرال معین $\int_{-5}^{2} f(x)dx$ را محاسبه کنید . 	۱/۲۵
	« موفق باشید» جـمع نمـر ات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریـــور ماه سال تحصیلی ۸۱ – ۱۳۸۰	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهـــنمای تصحیـــــح
۱	$\left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ x \neq 1, -1 \end{matrix}\right\} \rightarrow D_g = [0,+\infty) - \{1\}$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)
۲	از روی شکل دیده می شود که محور عرضها ، محور تقارن شکل است پس f فقط زوج است (۰/۲۵) $D_f = R$ (۰/۲۵) (۰/۵)
۳	$\alpha + \beta = s = 4$ $\alpha\beta = p = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$ (۰/۵) $= \frac{(4)^2 - 2(\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}} = \frac{16-1}{\frac{1}{2}} = 30$ (۰/۲۵)
٤	$2x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $f\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 \rightarrow 8\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + m\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = 0 \rightarrow \frac{m}{2} = -5 \rightarrow m = -10$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۵	(۰/۲۵) f یک به یک است و از آنجا معکوس پذیر است . $\rightarrow y = \frac{1-2x_1}{1+x_1}, y = \frac{1-2x_2}{1+x_2} \Rightarrow \frac{1-2x_1}{1+x_1} = \frac{1-2x_2}{1+x_2} \rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵) $y = \frac{1-2x}{1+x} \rightarrow y + yx + 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1-y}{2+y} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-x}{2+x}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ادامه درصفحه‌دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریـــور ماه **سال تحصیلی ۸۱ – ۱۳۸۰**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۶

الف) $x<2 \to [x]=1 \to \lim_{x\to 2^-} \frac{[x]-2}{x-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (۰/۵)

(۰/۲۵)

ب) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ (۰/۵)

ج) $\lim_{x\to+\infty} \frac{(x-\sqrt{x^2+2x+5})(x+\sqrt{x^2+2x+5})}{x+\sqrt{x^2+2x+5}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-x^2-2x-5}{x+x\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{5}{x^2}}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{-2x}{2x} = -1$ (۰/۲۵)

(۰/۵)

۷

$\lim_{x\to 0}(3-\cos^2 x) \le \lim_{x\to 0} f(x) \le \lim_{x\to 0}(2+x^2) \to 3-1 \le \lim_{x\to 0} f(x) \le 2 \to \lim_{x\to 0} f(x) = 2 \to \lim_{x\to 0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۸

$D = IR - \{4\}$

$\lim_{x\to 4^+} y = +\infty$

$\lim_{x\to 4^-} y = -\infty$ $\Rightarrow x=4$ قائم مجانب (۰/۵)

$\lim_{x\to\pm\infty} y = 3 \Rightarrow y=3$ افقی مجانب (۰/۵)

۹

برای پیوستگی باید $f(0) = \lim_{x\to 0} f(x)$ (۰/۲۵) پس

$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{1-\cos x} = 2$ (۰/۵)

پس کافیست ۲=f(۰) اختیار کنیم (۰/۲۵)

۱۰

الف) $y' = \frac{3x^2+2}{5\sqrt[5]{(x^3+2x)^3}}$ (۰/۵)

ب) $y' = 3(2-5x)^2 + 4(2-5x)^3(-5)(3x-4)$ (۰/۷۵)

ج) $y' = 6\sin^2 x \cos x - 4\sin 4x$ (۰/۵)

۱۱

$x=-2 \to y=3$ (۰/۲۵) $y'=2x+1 \to m=-3 \to m=\frac{1}{3}$ (۰/۲۵) $\to y-3=\frac{1}{3}(x+2)$ (۰/۲۵)

مماس قائم

ادامه درصفحه سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

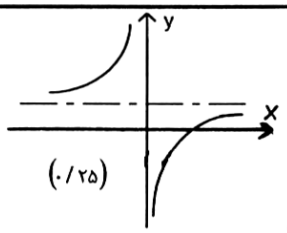
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریـــور ماه **سال تحصیلی ۸۱ – ۱۳۸۰**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۱۲

$y' = \frac{۲}{x^۲} \rangle ۰$ (۰/۲۵) $\quad \begin{cases} y \to \pm\infty \to x = ۰ & \text{مجانب قائم } (۰/۲۵) \\ x \to \pm\infty \Rightarrow y = ۱ & \text{مجانب افقی } (۰/۲۵) \end{cases} \quad y = ۰ \to x = ۲$

x	$-\infty$		۰		۲		$+\infty$
y'	+		‖		+		
y	۱ ↗	$+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	۰	↗	۱

(۰/۵)



(۰/۲۵)

۱۳

$$f'(۱) = \lim_{x\to۱} \frac{f(x)-f(۱)}{x-۱} = \begin{cases} \lim\limits_{x\to۱^+} \frac{(x-۱)(x-۱)}{x-۱} = \lim\limits_{x\to۱^+}(x-۱) = ۰ & (۰/۲۵) \\ \lim\limits_{x\to۱^-} \frac{-(x-۱)(x-۱)}{x-۱} = \lim\limits_{x\to۱^+}\big(-(x-۱)\big) = ۰ & (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow$$

(۰/۲۵) f در $x = ۱$ مشتق پذیر است

۱۴

$y' = ۳ax^۲ + ۲bx$

$y'' = ۶ax + ۲b \xrightarrow[(۰/۲۵)]{} ۶a + ۲b = ۰ \to ۳a + b = ۰$

$۲ = a + b$

$$\begin{cases} ۳a + b = ۰ \\ a + b = ۲ \end{cases} \quad a = -۱ \quad b = ۳ \qquad (۰/۵)$$

۱۵

$x \neq ۰ \to D = (-\infty, ۰) \cup (۰, +\infty)$

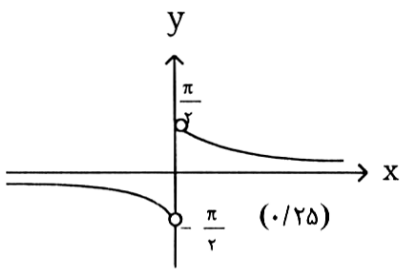
$$y' = \frac{-\frac{۱}{x^۲}}{۱ + \frac{۱}{x^۲}} \langle ۰ \qquad (۰/۲۵)$$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \text{Arc}\tan\frac{۱}{x} = ۰ \to$ مجانب افقی $y = ۰$ (۰/۲۵)

$\lim\limits_{x\to۰^-} Arc\tan\frac{۱}{x} = -\frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵)، $\lim\limits_{x\to۰^+} \text{Arc}\tan\frac{۱}{x} = \frac{\pi}{۲}$

x	$-\infty$		۰		$+\infty$
y'	———		‖	———	
y	۰ →	$-\frac{\pi}{۲}$	‖	$\frac{\pi}{۲}$ →	۰

(۰/۲۵)



(۰/۲۵)

۱۶

A, B, C, D : بحرانی (۰/۵) $\quad$ B, C نسبی Max (۰/۲۵) $\quad$ D نسبی Min (۰/۲۵)

ادامه درصفحه چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریـــور ماه **سال تحصیلی ۸۱ – ۱۳۸۰**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۱۷	$۳x^۲ + ۲yy' + y + xy' = ۰ \rightarrow y' = -\frac{۴}{۳}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۱۸	$\int_{-۵}^{۲} f(x)dx = \int_{-۵}^{-۴} f(x)dx + \int_{-۴}^{۱} f(x)dx + \int_{۱}^{۲} f(x)dx = \frac{۱\times ۲}{۲} - \frac{(۵+۴)\times ۲}{۲} + \frac{۱\times ۲}{۲} = -۷$ (۰/۵) (۰/۷۵)

مصححین محترم ،

با عرض سلام و خسته نباشید ، لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید .

با تشکر

www.alm.loxblog.com